

Warszawa, 15 lutego 2019 r.

Seminarium habilitacyjne
Instytut Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej PAN

„Algorytm wyznaczania wymiaru korelacyjnego dla sygnałów chaotycznych wysokowymiarowych”

Streszczenie

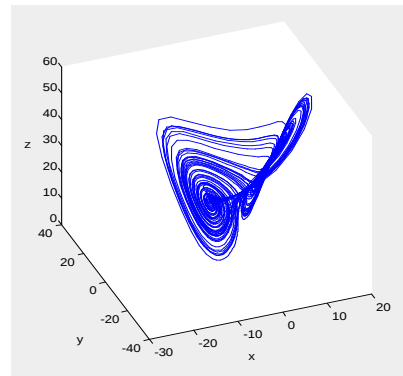
Sygnały chaotyczne to sygnały opisane przez deterministyczne układy równań różniczkowych, których rozwiązaniem jest nieregularny przebieg zmiennych w czasie.

Przykładem jest układ równań Lorenza:

$$dx/dt = 10z(y - x)$$

$$dy/dt = -xz + 28x - y$$

$$dz/dt = xy - 8/3z$$



Rycina 1 przedstawia przebieg zmiennych x , y , z będący rozwiązaniem tego układu.

Jedną z miar złożoności sygnału chaotycznego jest tzw. **Wymiar Korelacyjny** (d , *Correlation Dimension*). Dostępne w literaturze algorytmy (Grassbergera-Proccacia i Takensa-Ellnera) [1, 2] wyznaczania tego parametru dawały błędne wyniki w przypadku sygnałów wysoko wymiarowych, czyli o złożoności przekraczającej $d=4$, co związane było z analizowaniem i prezentowaniem w publikacjach jedynie sygnałów niskowymiarowych, których złożoność nie przekraczała $d=3$.

W swojej rozprawie doktorskiej (2005) próbowałem zastosować powyższe algorytmy w stosunku do sygnałów posturograficznych reprezentujących przemieszczanie się środka nacisku ciała na podłoże w trakcie spokojnego stania. Jednak uzyskane oszacowania wymiaru korelacyjnego pozostawiały nasuwały szereg wątpliwości dotyczących prawidłowości tego oszacowania. Sygnały te są bowiem bardzo złożone a ich złożoność obecnie szacuję na ok. $d=5-7$.

(Wzorcowym sygnałem o złożoności ok. $d=5$, jakkolwiek nie-chaotycznym, może być sygnał utworzony przez dodanie 5 sinusoid o równych amplitudach, zbliżonych częstotliwościach i niewymiernym stosunku częstotliwości, np. $f_i = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{5} : \sqrt{7}$).

Kontynuowałem więc swoje badania nad prawidłowością wyznaczania wymiaru korelacyjnego dla sygnałów wysokowymiarowych. Przeprowadziłem dużą liczbę różnych eksperymentów obliczeniowych mających na celu ustalenie przyczyn błędów.

Moja praca habilitacyjna omawia liczne przyczyny niedokładności oszacowania dla sygnałów wysokowymiarowych oraz przedstawia prawidłowe sposoby przeprowadzania obliczeń.

Drugi ważny aspekt mojej pracy to optymalizacja obliczeń z punktu widzenia jego czasu oraz oszacowywanie błędu obliczeń. Czas obliczeń rośnie **wykładniczo** w miarę wzrostu złożoności sygnałów. Aby czas obliczeń dla sygnałów wysokowymiarowych był akceptowalny, konieczne było zastosowanie metody przybliżonej. Ponieważ niewielkie zmniejszenie dokładności skutkuje znacznym skróceniem czasu obliczeń, opracowałem algorytm, który dopasowuje dokładność obliczeń do zadanego czasu obliczeń. Można w ten sposób oszacować złożoność sygnału wysokochoatycznego w ciągu kilku minut na komputerze PC. Większość najważniejszych modyfikacji opisana jest w moich publikacjach [3-6].

Pakiet funkcji w środowisku Matlab HDS-toolkit2 będący wynikiem mojej pracy dostępny jest na mojej stronie: www.drnichalak.pl/chaos/eng/

Po opracowaniu algorytmu zastosowałem go w stosunku do posiadanych sygnałów posturograficznych. Zbadałem wpływ wzroku na złożoność sygnałów posturograficznych [7]. Można się było spodziewać, że zamknięcie oczu powoduje wyłączenie części sprzężeń regulacyjnych kontrolujących balans ciała, przez co układ regulujący postawę staje się prostszy czyli mniej złożony. Po usunięciu dryfu środka masy ciała z sygnału posturograficznego, który w istotny sposób zaburzał analizę, uzyskałem wyniki, w których powyższe założenie się potwierdziło. Dla składowej *przód-tył* wymiar korelacyjny jest o ok. $\Delta d=0.8$ mniejszy przy oczach zamkniętych ($d_{otw}\approx 6.3$, $d_{zamk}\approx 5.5$). Powyższe badanie otwiera drogę do dalszych badań nad złożonością sygnałów posturograficznych w różnych jednostkach chorobowych. Można się spodziewać, że zmniejszanie się wymiaru korelacyjnego sygnałów posturograficznych będzie miernikiem stopnia patologii układu balansu ciała człowieka.

Metoda oszacowywania złożoności sygnałów nieliniowych może mieć zastosowanie w wielu innych dziedzinach nauki, w których mamy do czynienia z układami chaotycznymi: w fizyce, chemii, biologii, ekonomii, meteorologii itp.

1. Ben-Mizrachi A, Proccacia I, Grassberger P. Characterization of experimental (noisy) strange attractors. Phys Rev A. 1984; 29, 975-977.
2. Ellner S. Estimating attractor dimensions from limited data: A new method, with error estimates. Phys Lett A. 1988; 133, 128-133.
3. Michalak KP. Distinguishing separate components in high-dimensional signals by using the modified embedding method and forecasting. Ann Biomed Eng. 2010; 38(1), 200-207. doi:10.1007/s10439-009-9820-0
4. Michalak KP. Modifications of the Takens-Ellner algorithm for medium- and high-dimensional signals. Phys Rev E. 2011; 83(2), 026206.
5. Michalak KP. How to estimate the correlation dimension of high-dimensional signals? Chaos. 2014; 24(3), 033118. doi:10.1063/1.4891185
6. Michalak KP. Estimating correlation dimension of high-dimensional signals - quick algorithm. Aip Adv. 2018; 8(10). doi:Artn 105201 10.1063/1.5013255
7. Michalak KP, Przekoracka-Krawczyk A. Wpływ wzroku na złożoność regulacji balansu ciała. Optyka. 2019; przyjęte do druku.